

Взаимодействие с источником.

Электромагнитное поле с источником:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - ej_{\mu}A_{\mu},$$

уравнения движения

$$\partial_{\mu}F_{\mu\nu} = ej_{\nu}.$$

Используем систему Хевисайда, наш заряд $e = \sqrt{4\pi\alpha}$. Условие самосогласованности $\partial_{\mu}j_{\mu} = 0$ обеспечивает калибровочную инвариантность.

Скалярное поле с источником:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\phi)^2 - \frac{m^2}{2}\phi^2 + \rho(x)\phi.$$

Литература:

В.А. Рубаков, Классические калибровочные поля, ч.1 (бозонные теории);
К. Ициксон, Ж.-Б. Зюбер, Квантовая теория поля, ч.1, М. "Мир" 1984.

Задачи.

1. Найти решение уравнений электромагнитного поля для источников, соответствующих двум покоящимся зарядам: $j_0(\mathbf{x}) = q_1\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1) + q_2\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_2)$; $j_i = 0$ (закон Кулона).
2. Найти функционал энергии для электромагнитного поля с источником, если j_{μ} не зависит от времени. Выразить энергию через \mathbf{E} и \mathbf{H} . Найти энергию взаимодействия двух точечных покоящихся зарядов. Показать, что одноименные электрические заряды отталкиваются, а параллельные токи притягиваются.
3. Найти уравнения движения для скалярного поля с внешним источником. Решить их для точечного статического источника $\rho(\mathbf{x}) = q\delta(\mathbf{x})$.
4. Найти функционал энергии для скалярного поля с внешним источником. Найти энергию взаимодействия двух точечных статических скалярных зарядов q_1, q_2 , расположенных на расстоянии r друг от друга. Притягиваются они или отталкиваются? Найти выражение для силы.
5. Решить четыре предыдущие задачи в d -мерном пространстве-времени (рассмотреть случаи $d = 2, d = 3$ и $d > 4$).